Un ragionamento "complementare" per dimostrare il problema di Monty Hall.

Il problema di Monty Hall (o paradosso di Monty Hall) è un famoso problema di teoria della probabilità, legato ad un gioco a premi statunitense condotto da Maurice Halprin, noto con lo pseudonimo di Monty Hall.

Mi sono accostato al problema di Monty Hall leggendo il romanzo "Lo strano caso del cane ucciso a mezzanotte" di Mark Haddon.

Formulazione del problema: *Supponi di partecipare a un gioco a premi, in cui puoi scegliere fra tre porte: dietro una di esse c'è un'automobile, dietro le altre, capre. Scegli una porta, diciamo la numero 1, e il conduttore del gioco a premi, che sa cosa si nasconde dietro ciascuna porta, ne apre un'altra, diciamo la 3, rivelando una capra. Quindi ti domanda: "Vorresti scegliere la numero 2?" Ti conviene cambiare la tua scelta originale?*

Nel tentativo di trovare una soluzione, mi sono messo nei panni del concorrente, facendo questo semplice ragionamento "complementare": «Se accettassi di cambiare la mia scelta iniziale, che probabilità avrei di vincere trovando un'auto? Avrei la stessa (perchè concomitante) probabilità che avevo di perdere, trovando una capra con la prima scelta. Questa probabilità vale 2/3. E che probabilità avrei invece, cambiando, di trovare una capra? La stessa che ho avuto di vincere un'auto con la prima scelta, cioè 1/3. Perciò, accetto di cambiare la mia scelta». In questo approccio al problema si considerano due soli scenari, quelli finali introdotti dalla proposta al concorrente di cambiare la sua scelta iniziale, che sono poi le configurazioni essenziali, dalla cui analisi scaturisce la soluzione del problema. La rivelazione del conduttore ha posto il concorrente davanti ad una scelta, che non è “alternativa” fra le due restanti possibilità (50% - 50%), come molti matematici all'inizio hanno erroneamente creduto, ma "complementare" fra tre situazioni, dovendosi analizzare tutte e tre gli scenari possibili, non solo quello in atto. Ne risulta una sorta di applicazione del principio logico del "Rasoio di Occam", che, oltre a semplificare il problema, fornisce con la sua analisi risolutiva una più chiara spiegazione del problema stesso.

Per seguire meglio la discussione consiglio di rileggere osservando uno schema a griglia 3x3 indicante le tre possibili situazioni del gioco, così come formulato. Il rapporto di complementarità fra le probabilità relative alle due scelte del problema, si vede chiaramente dal confronto fra i risultati evidenziati in celeste e arancio.

A	C	C
C	A	C
C	C	A

Ancora una considerazione. Il ragionamento sopra esposto e le varie dimostrazioni matematiche, forniscono la certezza sull'opportunità di eseguire il cambio della scelta iniziale. Ma anche se dovesse persistere un dubbio, la scelta di cambiare sarebbe consigliata. Il dubbioso infatti dovrebbe pensare: «Non so se col cambio la probabilità del mio successo muterebbe. Non potrebbe comunque andare sotto 1/3; potrebbe restare immutata, ma potrebbe anche aumentare! Perciò cambio». Sarebbe invece questo il ragionamento che applica il "Rasoio di Occam".

Luciano Ancora

Pubblicato su Wikipedia: Problema di Monty Hall/Discussione il 7 apr 2020.